

Exercice 1.....(6 pts)

I. Soit le nombre complexe $Z = \frac{(1-i)^3}{\sqrt{3}+i}$.

Ecris Z sous la forme :

1. trigonométrique ;
2. exponentielle.

II. On donne : $z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = 1 - i$.

1. Donne la forme trigonométrique de z_1, z_2 et $\frac{z_1}{z_2}$.
2. Trouve la forme algébrique de $\frac{z_1}{z_2}$.
3. Déduis : $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

Exercice 2.....(4 pts)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations, d'inconnue x , suivantes :

1. $3e^{2x} - 7e^x + 2 = 0$.
2. $e^{2x+5} \times e^{x+1} = e^{x-1}$.
3. $(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 + 3 \ln(x) - 2 = 0$.

Problème.....(10 pts)

Soit la fonction f définie par : $f: x \mapsto f(x) = \frac{2+\ln x}{x}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, d'unités graphiques $2cm$ sur l'axe des abscisses et $1cm$ sur l'axe des ordonnées.

1. Détermine le domaine de définition D_f de f .
2. Calcule les limites aux bornes de D_f . En déduis les asymptotes éventuelles de f .
3. Détermine l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
4. Trace (T) à (C) .
5. Soit la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par : $F: x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2 + 2 \ln x$.
 - a. Calcule $F'(x)$.
 - b. Calcule, en cm^2 , l'aire de la partie du plan délimité par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$.