

**SERIES:**

MTE-TSEco-STG

**Exercice 1 :**

1-/ Calculer les intégrales suivants

a)  $\int_{-1}^2 \frac{3x^2 + 2x}{(x^3 + x^2 + 8)^2} dx$  ;      b)  $\int_3^4 \frac{1}{\sqrt{2x+5}} dx$

c)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos(2x - \frac{\pi}{3}) dx$  ;      d)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 5 \sin(3x + \frac{\pi}{4}) dx$

2-/ a) Calculer en effectuant deux intégrations par parties successives ;

$$F(x) = \int_0^x t^2 \cos t dt$$

b) Calculer le réel  $x$  solution de l'équation :  $e^x - 2 = 0$ .**Exercice 2 :**

1-/ Simplifier l'écriture de chacun des nombres :

$$A = \ln \sqrt{3456} + \ln 36 - \ln \left( \frac{81}{256} \right) + \ln \sqrt{108} ;$$

$$B = \ln \left( \frac{5625}{128} \right) + \frac{3}{2} \ln \sqrt{30} - 3 \ln \frac{1}{\sqrt[3]{1600}} ;$$

2-/ a) Soit  $U(x) = \frac{2x+1}{4x-3}$ . Donner le signe de  $U(x)$  et calculer  $U'(x)$ .b) En déduire l'ensemble de définition de la fonction  $f$  telle que :

$$f(x) = \ln \left( \frac{2x+1}{4x-3} \right). \text{ Dériver } f(x).$$

c) Résoudre le système ,  $x \in \mathbb{R}$  
$$\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 4x-3 > 0 \end{cases}$$
En déduire l'ensemble de définition de la fonction  $g$  définie par

$$g(x) = \ln(2x+1) - \ln(4x-3). \text{ Dériver } g(x).$$

d) sur quel ensemble a-t-on  $f(x) = g(x)$  ?

3-/ Résoudre

a) L'équation  $x \in \mathbb{R}$ ,  $2\ln(x-1) + \ln(6x+9) = 2\ln(2x+3)$

b) L'inéquation  $x \in \mathbb{R}$ ,  $2\ln(x-1) + \ln(6x+9) \leq 2\ln(2x+3)$

c) L'inéquation  $x \in \mathbb{R}$ ,  $2e^{2x} - e^x - 3 \geq 0$

## Problème

Soit  $f$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie sur l'intervalle

$$I = [1 ; 4] \text{ par : } f(x) = \ln x + \ln(4 - x).$$

Soit  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé d'unité graphique 2cm.

- 1) Vérifier que sur  $I$ ,  $f'(x) = \frac{2(2-x)}{x(4-x)}$ ..
- 2) Déterminer la limite de  $f$  en 4. Que peut-on en déduire pour la droite (d) d'équation  $x = 4$  ?
- 3) Étudier le signe de  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $I = [1; 4]$ .
- 4) Tracer  $(\mathcal{C})$  et (d).
- 5) a°) Résoudre sur  $I$  l'équation  $f(x) = 0$ .  
b°) En déduire l'abscisse du point d'intersection de  $(\mathcal{C})$  avec l'axe des abscisses ; on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à  $10^{-2}$  près par défaut.
- 6) Soit  $F$  la fonction définie sur  $I$  par :  $F(x) = (x - 4)\ln(4 - x) + x\ln x - 2x$ .  
a°) Vérifier que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $I$  ;  
b°) En déduire la valeur exacte en  $\text{cm}^2$ , de l'aire  $A$  de la partie du plan délimitée par  $(\mathcal{C})$ , l'axe  $(ox)$  et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 2$ .  
En déduire une valeur approchée à  $10^{-2}$  près par défaut.