

Exercice 1(6 pts)

Le tableau suivant donnant les variations de la fonction f définie et dérivable sur $[-3 ; 4]$ est incomplet :

| | | | | | | |
|------------------|----|----|----|---|----|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 2 | 3 | 4 |
| Signe de $f'(x)$ | | 0 | | | 0 | |
| Variation de f | | 1 | | 4 | | 2 |
| | -2 | | -1 | | -2 | |

1-/ Recopier et compléter le tableau de f en remplissant la ligne «signe de $f'(x)$ ».

2-/ Déterminer les ensembles pour lesquelles on a :

a-/ $f'(x) > 0$

b-/ $f'(x) < 0$

c-/ $f'(x) = 0$

3-/ L'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-3 ; 4]$.

a-/ Indiquer le nombre de solution de l'équation

b-/ Situer chacune de ces solutions en indiquant l'intervalle qui la contient (*deux solutions ne doivent pas appartenir à un même intervalle*).

c-/ Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse (-1) .

TSVP ← ☰

Exercice 2(6 pts)

1-/ Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

a-/
$$\frac{2z+1}{2iz+1} = \frac{2iz+3i}{1-z}.$$

b-/
$$2z + \bar{z} - iz - 7 - i = 0.$$

c-/
$$z^2 + (1 + \sqrt{3})z + 2 + \sqrt{3} = 0$$
 On remarquera que : $(1 + \sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$

2-/ a-/ Résoudre l'équation différentielle (E) : $9y'' + 16y = 0$.

b-/ Déterminer la solution particulière f de l'équation (E) dont la courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal, passe par le point

$A\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur égal à $-\frac{16}{3}$.

c-/ Vérifier que, pour tout réel x , $f(x) = 4\cos\left(\frac{4}{3}x - \frac{\pi}{6}\right)$.

d-/ – Démontrer que $\frac{3\pi}{2}$ est une période pour f .

– Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Problème(8 pts)

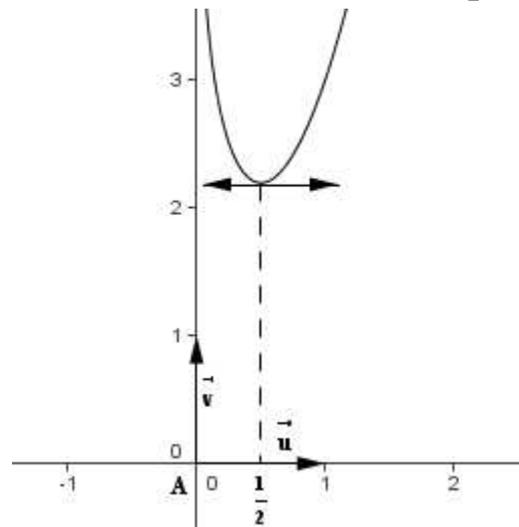
I-/

La courbe ci-contre représente, dans un repère orthogonal $(A ; \vec{u} ; \vec{v})$, la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x.$$

Quel est, en justifiant la réponse, le signe de $g(x)$ pour $x > 0$?

(1pt)



II-/

f est la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = 2x + \frac{\ln x}{x}$

(\mathcal{C}) est la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, d'unités graphiques 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.

1-/ Déterminer la limite de f en 0. (0,5pt)

2-/ Calculer $f'(x)$ et vérifier que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

Déduire de la question I-/ le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f . (1,5pt)

3-/ Soit (D) la droite d'équation $y = 2x$.

a-/ Calculer les coordonnées du point B, intersection de la courbe (\mathcal{C}) et de la droite (D). (0,5pt)

b-/ Déterminer une équation de la tangente en B à (\mathcal{C}). (1pt)

c-/ Étudier la position relative de la courbe (\mathcal{C}) et de la droite (D). (1pt)

4-/ Tracer la courbe (\mathcal{C}) et la droite (D). (1,5pt)

5-/ Calculer l'aire du domaine délimité par : la courbe (\mathcal{C}), la droite (D) et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$. (1pt)