

SÉRIE: TSEco

Le sujet est composé de quatre exercices tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2 (Vérifiez que les pages sont au complet). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (5 points)

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année de 5% la quantité de déchets qu'elle rejette par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

Pour tout entier naturel n , on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007 + n)$. On a alors $r_0 = 40\,000$.

1-/ a-/ Calculer r_1 et r_2 . (0,5pt)

b-/ Justifier que pour tout entier naturel n , on a : $r_{n+1} = 0,95 r_n + 200$. (0,5pt)

2-/ Soit (S_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $S_n = r_n - 4\,000$

a-/ Démontrer que la suite (S_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 pt)

b-/ Pour tout entier naturel n , exprimer (S_n) en fonction de n . En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $r_n = 36\,000 \times 0,95^n + 4\,000$. (1 pt)

c-/ La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? Justifier. (1 pt)

d-/ Déterminer la limite de la suite (r_n) quand n tend vers l'infini. (1 pt)

e-/ Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011. (0,5pt)

Exercice 2 (5 points)

1-/ Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées. Quelle est le pourcentage des filles déplacées dans ce lycée ? (1 pt)

Combien de filles déplacées cela représente-t-il si le lycée compte 225 élèves au total ? (1 pt)

2-/ Un boulanger qui fabrique 5 200 baguettes de pain quotidiennement, sait que pendant les fêtes traditionnelles il doit augmenter sa production de 15% par jour. Calculer le nombre de baguettes qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine de fêtes. (1 pt)

3-/ La robe de FADIMA mesurait 1,68m. Après le premier lavage, il mesurait 3% de moins et après le deuxième lavage, il mesurait 1,5% de moins. Calculer la longueur de cette robe après le deuxième lavage. (1 pt)

4-/ Dans chacun des trois cas ci-dessus, nommer le type de pourcentage utilisé. (1 pt)

TSVP 

Exercice 3 (5 points)

Le but de cet exercice est de déterminer le bénéfice maximum réalisable pour la vente d'un produit « alpha » fabriqué par une entreprise. Toute l'étude porte sur un mois complet de production.

Le coût marginal de fabrication du produit « alpha » par l'entreprise est modélisé par la fonction C_m définie sur l'intervalle $[1 ; 20]$ par :

$$C_m(q) = 4 + (0,2q^2 - 2q)e^{-0,2q}$$

q étant la quantité exprimée en tonnes et $C_m(q)$ son coût exprimé en milliers de francs CFA.

1-/ La fonction coût total est modélisée par la fonction C_T définie sur l'intervalle $[1 ; 20]$ par : $C_T(q) = 4q - q^2e^{-0,2q}$. Vérifier que cette fonction C_T est une primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[1 ; 20]$. (1 pt)

2-/ La fonction coût moyen, notée C_M est la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 20]$ par :

$$C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}$$

a-/ Vérifier que $C_M(q) = 4 - qe^{-0,2q}$. (0,5 pt)

b-/ Déterminer la fonction dérivée C'_M de la fonction C_M . (1 pt)

c-/ Pour quelle production mensuelle q_0 (exprimée en tonne) l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal ? (1 pt)

Quel est ce coût ? Pour cette production q_0 , quelle est la valeur du coût marginal ? (1,5 pt)

Exercice 4 (5 points)

Le prix d'un article augmente régulièrement sur le marché depuis maintenant quinze ans. On observe les résultats suivants sur les huit dernières années :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix y_i en francs	1 650	1 725	1 740	1 750	1 825	1 850	1 950	1 960

1-/ Tracer le nuage de points associé à cette série statistique dans un repère d'unités graphiques. (1 pt)

1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ;

2 cm pour 100 F sur l'axe des ordonnées (graduer l'axe des ordonnées à partir de 1 600 F).

2-/ a-/ Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère précédent. (1 pt)

b-/ Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés : les coefficients de l'équation seront arrondis à l'unité. (1 pt)

c-/ Tracer cette droite d'ajustement dans le repère de la question 1-/. (0,5 pt)

3-/ On considère que cette droite permet un ajustement de la série statistique valable jusqu'en 2022.

a-/ Estimer, à l'aide du graphique, le prix moyen annuel de l'article en 2017. (0,5 pt)

b-/ Le prix de l'article atteindra-t-il 2400 F avant 2022 ? Justifier la réponse. (1 pt)