

SÉRIES : SBT/ TSExp**Exercice 1** [4 points]

On pose $a = \sqrt{3} - i$; $b = -\sqrt{3} - i$; $c = \frac{a^2}{b^3}$

1°/ Donner le module et un argument de c (2pts)

2°/ Donner la forme trigonométrique de $t = ab$ (2pts)

Exercice 2 [4 points]

Dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes on considère le polynôme d'inconnue z :
 $P(z) = z^3 - 4iz^2 - 6z + 4i$.

1°/ Calculer $P(2i)$ (0,5pt)

2°/ Déterminer les complexes a et b tels que pour tout complexe z on ait :

$$P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b) \quad (1,5pt)$$

3°/ a-) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$. On désigne par z_1 la solution imaginaire pure et par z_2 et z_3 les deux autres solutions. (1,5pt)

b-) Comparer z_1 et $z_2 + z_3$ (0,5pt)

Problème [12 points]

A// 1°/ Résoudre l'équation différentielle : $4y'' + y = 0$. (1,5pt)

2°/ Déterminer la solution particulière f dont la courbe représentative (\mathcal{C}) passe par le point $\Omega(0 ; 1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$. (1,5pt)

B// 1°/ Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$

a-) Etudier les variations de la fonction g . (1pt)

b-) En déduire le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. (0,5pt)

2°/ On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$.

(\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$
(unité 2cm sur (Ox) et 1cm sur (Oy))

a-) Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$ (0,5pt)

b-) Démontrer que la droite $(\Delta) : y = x + 2$ est asymptote à (\mathcal{C}) en $+\infty$. (0,5pt)

c-) Etudier la position de (\mathcal{C}) et (Δ) (0,5pt)

d-) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$ puis dresser le tableau des variations de f (2,5pts)

e-) Tracer (\mathcal{C}) et (Δ) . (2pts)

3°/ Soit F la fonction définie sur \mathbb{R} par $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2})e^{-2x}$

a-) Prouver que F est une primitive de f sur \mathbb{R} . (0,5pt)

b-) Calculer en cm^2 l'aire $A(D)$ de la partie D du plan limitée par (\mathcal{C}), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$ (0,5pt)

Exercice 1 [4 points]

Soit la fonction polynôme f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont trois réels.

1°/ Déterminer les constantes réelles a , b , c sachant que la parabole d'équation $y = f(x)$ passe par les points $O(0 ; 0)$ et $A(1 ; -2)$ et admet en A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2°/ On donne la parabole P d'équation $g(x) = 2x^2 - 4x$ et la droite D d'équation $y = 2x$.

- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de D et P
- Tracer dans le même repère orthonormé la droite D et la parabole P
- Calculer l'aire du domaine plan limité par D et P

Exercice 2 [6 points]

Dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes on donne l'équation d'inconnue complexe z (E) : $z^3 - (3 + 2i)z^2 + (1 + 5i)z + 2 - 2i = 0$.

1°/ Résoudre l'équation (E) sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure z_0 et une solution réelle z_2 . On désigne par z_1 la 3^{ème} solution.

2°/ Ecrire z_0 et z_1 sous forme trigonométrique.

3°/ Vérifiez que z_0 , z_1 et z_2 sont dans cet ordre les trois premiers termes consécutifs d'une suite géométrique complexe (U_n) dont on précisera la raison.

4°/ Ecrire U_4 et U_7 sous forme trigonométrique

Problème [10 points]**Partie A**

A l'instant $t = 0$ on injecte dans le sang d'un patient une dose de $3ml$ d'un médicament. On veut étudier le processus d'élimination du produit au cours des douze heures suivant l'injection. La quantité de médicament présente dans le sang en ml en fonction du temps t en heures est $f(t)$, où f est définie sur $[0 ; 12]$ par $f(t) = 3e^{-0,1t}$.

1°/ Déterminez $f'(t)$ et justifiez que pour tout $t \in [0 ; 12]$, $f'(t) < 0$.

2°/ Dressez le tableau de variation de f sur $[0 ; 12]$.

3°/ Calculez $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$; $f(6)$ et $f(8)$. Que représente chacune de ces valeurs ?

4°/ Tracez la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques (1cm sur (Ox) et 4 cm sur (Oy)).

Partie B

Le médicament est inefficace lorsque la quantité contenue dans le sang est inférieure à $1,25ml$, ainsi on procède à une seconde injection

1°/ Au bout de combien de temps on procèdera à la seconde injection ?
(On déterminera ce temps graphiquement et par calcul).

2°/ On rappelle que le seuil de toxicité du médicament est de $4,5ml$.

Le patient court –il un risque d'intoxication par le médicament à la seconde injection ?