Exercice 1 .... [*6points*]

1°/ Résous dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation d'inconnue z :
$z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$, détermine le module et un argument de chaque solution. **(1,5pt)**

2°/ Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.
On considère la transformation $\boldsymbol{T}$ du plan qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z' défini par $Z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} Z$.

a-/ Détermine la nature de la transformation T et donne tous ses éléments caractéristiques. **(1,5pt)**

b-/ Soit A le point d'affixe $Z_A = -\sqrt{3} + i$. Détermine les affixes respectives Z_B et Z_C des points B et C tels que $B = \boldsymbol{T}(A)$ et $C = \boldsymbol{T}(B)$. Construis les points A, B et C dans le plan muni du repère $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. **(1,5pt)**

3°/ Calcule $\dfrac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}$ puis en déduis la nature du triangle ABC. **(1,5pt)**

Exercice 2 .... [*4points*]

Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à l'instant t (exprimé en heures), peut être considéré comme une fonction g à valeurs réelles de la variable t. La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre des microbes est la dérivée g' de cette fonction. On a constaté que $g'(t) = kg(t)$ où k est un coefficient réel strictement positif. On désigne par N le nombre de microbes à l'instant t = 0.

1°/ Détermine l'unique solution de l'équation différentielle $g'(t) = kg(t)$ telle que
$g(0) = N$ **(1pt)**

2°/Sachant qu'au bout de 2 heures le nombre de microbes a quadruplé, calculez en fonction de N le nombre de microbes au bout de 3 heures. **(1,5pt)**

3°/ Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 9 600 microbes au bout de 5 heures. **(1,5pt)**

TVP 🕮

Problème.. **[***10 points***]**

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

On désigne par ($\mathscr{C}_f$) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1°/ Montre que ($\mathscr{C}_f$) admet deux asymptotes dont on déterminera les équations. **(1pt)**

2°/ Précisez la position de ($\mathscr{C}_f$) par rapport à son asymptote oblique. **(0,5pt)**

3°/ Etudie les variations de f. **(1,5pt)**

4°/ Existe-t-il des points de la courbe où la tangente a pour coefficient directeur $\frac{3}{4}$? Si oui trouve les équations de ces tangentes en ces points. **(2pts)**

5°/ Tracez la courbe ($\mathscr{C}_f$) et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) **(1pt)**

6°/ Montre que la restriction g de f à l'intervalle **I** =]1 ; 2] est une bijection de **I** vers un intervalle **J** que l'on précisera. **(1,5pt)**

7°/ a-/ Calcule $(g^{-1})'(\frac{5}{2})$ **(1pt)**

b-/ Dressez le tableau de variation de g^{-1} puis trace sa courbe représentative dans le même repère que celle de f. **(1,5pt)**