BAC 2019

Série: TSExp **SESSION : Août 2019**

Exercice1……………………………………………………………….……. (6 pts)

1)Pour tout nombre complexe z, on pose : P(z) = $z^3 - 3z^2 + 3z + 7$.

a) Calcule P(-1).

b) Détermine les réels a et b tels que, pour tout nombre complexe z, on ait :

P(z) = (z+1)$(z^2 + az + b)$.

c) Résous, dans ℂ, l'équation P(z) = 0.

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O; $\vec{u}$; $\vec{v}$). Unité graphique : 2 cm.

On désigne par A, B, C et G les points du plan d'affixes respectives : $Z_A = -1$,

$Z_B = 2 + i\sqrt{3}$, $Z_C = 2 - i\sqrt{3}$ et $Z_G = 3$.

a) Réalise une figure et place les points A, B, C et G.

b) Calcule les distances AB, BC et AC. En déduis la nature du triangle ABC.

c) Calcule un argument du nombre complexe $\frac{Z_A - Z_C}{Z_G - Z_C}$. En déduis la nature du triangle GAC.

Exercice2……………………………………………………………….……. (4 pts)

1) Soit les fonctions f et g définies sur ℝ par $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ et $g(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$.

a) Calcule $I_1 = \int_0^1 f(x)dx$.

b) Soit $I_2 = \int_0^1 g(x)dx$. Calcule $I_1 + I_2$ et en déduis la valeur de I_2.

2) a) Détermine trois réels a, b, c tels que pour tout u différent de $\dfrac{1}{2}$:

$$\frac{u^2-1}{2u-1} = au + b + \frac{c}{2u-1}.$$

b)Calcule $\int_{-1}^{0} \dfrac{x^2-1}{2x-1}dx$.

Problème………………………………………………………………….……. (10 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x^3-4}{x^2+1}$, et on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité : 1cm).

1) On pose $g(x)=x^3+3x+8$.

a) Etudie le sens de variation de g, et montre que l'équation $g(x)=0$ admet sur $\mathbb{R}$ une unique solution α dont on donnera un encadrement d'amplitude 0,1.

b) Précise le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

2) a) Calcule $f'(x)$ et étudie le sens de variation de f.

b) Etudie les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$, puis dresse le tableau de variation de f.

3) a) Montre qu'il existe quatre réels a, b, c et d tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2+1}$.

b) En déduis que $\mathcal{C}$ admet une asymptote oblique Δ et étudie la position de $\mathcal{C}$ par rapport à Δ.

Vérifie en particulier que $\mathcal{C}$ rencontre Δ en un point unique A.

4) Détermine les abscisses des points B et B' de $\mathcal{C}$ admettant une tangente parallèle à Δ.

5) Vérifie que $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$; en déduis une valeur approchée de $f(\alpha)$.

6) Construis la courbe $\mathcal{C}$.