---

**SESSION DE JUIN 1985**

**SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C** **EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES (connaissance)**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

---

A/ Soit E un espace vectoriel de dimension deux sur $\mathbb{R}$. $E_1$et $E_2$ deux sous espaces vectoriels supplémentaires de E et soit a un réel. Pour tout vecteur $\vec{v}$ de E il existe $\overrightarrow{v_1}$ de $E_1$ et $\overrightarrow{v_2}$ de $E_2$ ; $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$ uniques tels que $\vec{v} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2}$ .

1°/ Soit $f_a$ une application de E dans E telle que : $\forall \vec{v} \in E$ ; $\vec{v} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2}$ . $\overrightarrow{v_1} \in E_1$, $\overrightarrow{v_2} \in V_2$ $f_a(\vec{v}) = \overrightarrow{v_1} + a\overrightarrow{v_2}$ .

a) Montrer que $f_a$ est linéaire.
b) Préciser la nature de $f_0$ et $f_1$.

2°/ On suppose a ≠ 0 et a ≠ 1.

a) Quels sont le noyau et l'image de $f_a$?

b) Quel est l'ensemble des points invariants par $f_a$ ?

c) $f_a$ est – elle bijective?

3°/ On suppose que E est muni de la base ( $\vec{i};\vec{j}$ ). On prend pour $E_1$ la droite vectorielle d'équation y = x et $E_2$ la droite vectorielle d'équation y = –x.
Déterminer un vecteur directeur de $E_1$ et un vecteur directeur de $E_2$ puis calculer $f_a(\vec{i}+\vec{j})$.et $f_a(\vec{i}-\vec{j})$.

B/ E étant toujours muni de la base ($\vec{i};\vec{j}$), Soit *E* l'espace affine associé de repère (O ; $\vec{i};\vec{j}$). M(x ; y) étant un point de *E* ; on définit l'application g qui associe au point M le point M'(x ' ; y ') de *E* avec $\begin{cases} x' = 2x - y + 1 \\ y' = -x + 2y - 1 \end{cases}$ .

1°/ a) Montrer que g est une application affine et indiquer l'application linéaire associée.
b) Montrer que g est bijective.
c) Quel est l'ensemble des points invariants par g ?
d) Montrer que l'application f est de la forme des applications de la partie A.
Quelle est la valeur de a ?

2°/ Soit M un point du plan, H le projeté de M sur la droite $d_1$ d'équation $y = x + 1$ parallèlement à la droite $d_2$ d'équation $y = -x$.

Soit M' le point tel que $\overrightarrow{HM'} = 3\overrightarrow{HM}$. Trouver les coordonnées de M' en fonction des coordonnées de M.

3°/ Soit d une droite ; l'image d'une droite par une application affine est une droite, donc g(d) = d' est une droite. Montrer que d, d' et $d_1$ sont concourantes si d n'est pas parallèle à $d_1$.

4°/

a) Dessiner dans le repère $(O ; \vec{i}; \vec{j})$ les ensembles $d_1$, $d_2$ et le O' = g(O).

b) Quelle est l'image du triangle ( A, O, B)?

c) Soit $O_1$ le centre de gravité de cet triangle, quelle est l'image de $O_1$. Vérifier que $g(O_1)$ est bien le centre de gravité du triangle image. Placer $O_1$ sur le dessin.

d) Soit I le barycentre des points A, O, B affectés des coefficients 1, –1 et 1, quelles sont les coordonnées de I ?. Vérifier que g(I) = I' est le barycentre des points images de ces points affectés des mêmes coefficients.

Placer les points I et I' sur le dessin.

***C/*** L'espace vectoriel est supposé euclidien et la base $(\vec{i}; \vec{j})$ est orthonormée.

1°/ Montrer que les droites (AB) et (O I) sont perpendiculaires.

2°/ L'application g est elle une isométrie ?

3°/ Soit $(\mathcal{C})$ le cercle passant par les points A, O et B.

a) Ecrire son équation.

b) Ecrire l'équation de la courbe $(\mathcal{C}')$ transformée de $(\mathcal{C})$ par g.

c) Déterminer les éléments remarquables de $(\mathcal{C}')$ et la tracer sur un dessin avec les points O, A, B et I et leurs images.

**Barème : A (6 points) ; B( 8 points) C(6points)**