

SERIES: SET- MTI – MTGC - TSE

Exercice1.....(5 points)

On considère l'entier naturel A qui s'écrit $1x416$ dans le système de numération de base sept.

1°/ Déterminer x pour que :

a) A soit divisible par six (1pt)

b) A soit divisible par cinq ; (1 pt)

c) En déduire qu'il existe x tel que A soit divisible par trente (1pt)

2°/ On donne à x la valeur zéro, déterminer l'écriture décimale de A . Dans ce cas quel est le nombre de diviseurs positifs de A ? Quel est l'ensemble des diviseurs positifs de A qui sont premiers avec trois ? (2pts)

Exercice2.....(5 points)

On considère le nombre complexe $u = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$ ($i^2 = -1$)

1°/ a) Calculer u^2 et u^4 (1,5pt)

b) Calculer le module et un argument de u^4 , en déduire le module et un argument de u . (1,5pt)

2°/ Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé. A tout M de coordonnées (x, y) du plan, on associe son affixe $Z = x + iy$.

Déterminer l'ensemble des points M du plan pour lesquels le module du produit $u \times Z$ égal à 8 (2pts)

Problème.....(10 points)

1°/ Soit P le polynôme tel que $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5$.

Vérifier que $P(x) = (x - 1)(3x^2 + 5x + 5)$, puis étudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x . (1pt)

2°/ Soit g la fonction de \mathbf{R} vers \mathbf{R} définie par $g(x) = x^3 + x^2 - 2 - 5\ln x$. Étudier les variations de g et en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . (1pt).

3°/ Soit la fonction f de \mathbf{R} vers \mathbf{R} définie par: $f(x) = x^2 + 2x + \frac{14+10\ln x}{x}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et calculer les limites de f aux bornes de D_f (1pt)

b) On désigne par (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ avec 5 cm en abscisse et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées. Etudier les branches infinies de (\mathcal{C}) (1pt)

c) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation (1pt).

d) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[0,2 ; 0,5]$ et donner une valeur approchée à 10^{-1} de α (1pt)

e) Tracer (\mathcal{C}) dans l'intervalle $[-1 ; 2]$

f) Calculer $f(x) - (x^2 + 2)$ (0,5pt)

i.) Calculer la limite en $+\infty$ de $f(x) - (x^2 + 2)$ (0,5pt)

ii.) Etudier le signe de $f(x) - (x^2 + 2)$ (0,5pt)

iii) Donner une interprétation graphique des résultats de i) et ii) (0,5pt)

g) On désigne par \mathcal{P} la parabole d'équation $y = x^2 + 2x$

Tracer \mathcal{P} dans le même repère que (\mathcal{C}) (1pt)