

SERIES: SHT-TSS

Exercice 1 :.....(5 points)

1-/ f est la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x + \ln(x+1) + \ln x$

a) Calculer $f'(x)$

b) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

2-/ Calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_0^2 (x^2 - 2x + 3)dx \quad ; \quad B = \int_1^2 (x+1)(x^2 + 2x - 7)dx$$

$$C = \int_2^3 \frac{1}{x^2} dx \quad ; \quad D = \int_1^4 \left(t + \frac{1}{t}\right) dt$$

3-/ Soit la fonction g définie sur l'intervalle $I = [2 ; 5]$ par : $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 5}{x + 4}$

a) Vérifier que sur I, on a : $g(x) = x - 2 + \frac{3}{x + 4}$;

b) En déduire la primitive G de g, telle que : $G(0) = \ln 2^7$

Exercice 2 :.....(5 points)

P est l'application polynôme définie sur \mathbb{R} par : $P(x) = 8 + 6x - 3x^2 - x^3$.

1. Vérifier que pour tout nombre réel x, on a :

$$P(x) = (2 - x)(1 + x)(4 + x)$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} :

a) L'équation $P(x) = 0$

b) L'inéquation $P(x) \geq 0$

3. Résoudre l'équation : $x \in \mathbb{R}, \quad 8 + \ln x - 3(\ln x)^2 - (\ln x)^3$.

4. Résoudre dans \mathbb{R} :

a) L'inéquation : $x^2 + 3x + 4 \geq 0$.

b) L'équation : $\ln 2 + \ln(x^2 + 3x + 4) = 2\ln x + \ln(x + 5)$.

Problème :.....(10 points)

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par

$$h(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$$

On note (\mathcal{C}_h) la représentation graphique de h dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques : 5cm sur l'axe des abscisses et 1cm sur l'axe des ordonnées.

1-/ Calculer $h(0)$; $h(\frac{1}{2})$; $h(1)$; $h(\frac{3}{2})$; $h(2)$; $h(\frac{5}{2})$.

2-/ a) Calculer $h'(x)$ et étudier son signe ;

b) Déterminer les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$.

3-/ a) Etablir une équation de la tangente (T_1) à la courbe (\mathcal{C}_h) au point d'abscisse 0, et une équation de la tangente (T_2) à (\mathcal{C}_h) au point d'abscisse $\frac{3}{2}$.

b) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de ces deux tangentes ?

c) Tracer soigneusement dans le même repère (T_1) ; (T_2) et (\mathcal{C}_h) .

4-/ Calculer la valeur de l'intégrale : $A = \int_1^2 h(x)dx$.