

SÉRIES: SHT-TSS

**Exercice 1 :.....(5 points)**

Dans un repère orthonormal d'unité graphique 1cm, tracer l'allure de la courbe (C) de la fonction numérique f de la variable réelle x, dérivable sur ses intervalles de définition et donnée par son tableau de variation et quelques indications :

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
f'(x)	-	0	+	-
f(x)	0	-3	3	0

Le point  $\Omega (2 ; 0)$  est centre de symétrie.

$$f(2) = 0 ; f'(2) = 3 ; f(9) = 1 ; f'(9) = -\frac{1}{3}$$

**N.B :** Ne pas oublier de tracer les tangentes à (C) aux points d'abscisses : 2 ; 9 et 4 avant de tracer la courbe.

**Exercice 2 :.....(5 points)**

a) Résoudre les systèmes suivants dans  $\mathbb{R}^2$  :

$$\text{I. } \begin{cases} 2\ln(x+3) + 3\ln(4-y) = 4 \\ 5\ln(x+3) - 3\ln(4-y) = 11 \end{cases} ; \text{ II. } \begin{cases} \ln x + \ln y = 0 \\ e^{-x} \times e^{3x+y} = e^4 \end{cases} ; \text{ III. } \begin{cases} e^x + 2e^y = 4 \\ 2e^x - e^y = 3 \end{cases}$$

b) Calculer l'intégrale  $I = \int_2^{4x^2+3x-1} \frac{dx}{x-1}$

c) Ecrire plus simplement les réels :  $A = e^{2\ln 5}$  ;  $B = e^{-\ln \frac{1}{2}}$  ;  $E = \ln e^{\sqrt{2}}$  ;  $F = \ln \frac{1}{e^3}$

**Problème :..... (10 points)**

Soit la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$ , définie sur  $D = \mathbb{R} - \{3\}$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 1}{x - 3}$$

On désigne par  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de  $f$  dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ .

1. Vérifier que  $f(x) = x - 1 - \frac{4}{x - 3}$  sur  $D$  ;

2. a-/ En déduire que  $(\mathcal{C})$  admet la droite  $(\Delta)$  d'équation :  $y = x - 1$  comme asymptote oblique à la courbe  $(\mathcal{C})$ .

b-/ Etudier la position de  $(\mathcal{C})$  et  $(\Delta)$ .

3. Déterminer :  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ .

En déduire une équation de l'asymptote verticale.

4. a-/ Calculer  $f'(x)$

b-/ Prouver que :  $f(x) = \frac{(x - 3)^2 + 4}{(x - 3)^2}$

c-/ Dresser le tableau de variation de  $f$ .

5. a-/ Déterminer les coordonnées des points d'intersection de  $(\mathcal{C})$  avec les axes du repère.

b-/ Démontrer que  $(\mathcal{C})$  admet le point  $I(3 ; 2)$  comme centre de symétrie.