BAC **2003**

SERIES: SHT - TSS

<u>Exercice 1</u> :……………(6 points)

1-/ Calculer les intégrales suivantes

$$\int_{-1}^{1}(x^3 - x)dx \ ; \quad \int_{-1}^{1}\frac{4}{(3-2x)^5}dx \ ; \quad \int_{-2}^{2}(x^2+1)dx \ ; \quad \int_{-2}^{0}e^{-2x}dx$$

2-/ a-/ Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$\ln(2x^2 - 3x + 2) - \ln(4x - 5) = 0$

$(\ln)^2 - 10(\ln x) + 9 = 0$ (on pourra résoudre l'équation $X^2 - 10x + 9 = 0$)

b-/ On donne $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$.

Calculer P(1) puis factoriser P(x) sous la forme $(x - 1)(ax^2 + bx + c)$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $2e^{3x} + 3e^{2x} - 8e^{x} + 3 = 0$.

<u>Exercice 2</u> :…………….(4 points)

1-/ a-/ Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $C_n^3 - C_n^2 = \dfrac{n^3 - 6n^2 + 30}{6}$

b-/ Calculer $A = A_5^3 + A_3^2 - A_7^3$;

2-/ On considère la fonction f : $IR \rightarrow IR; \quad x \mapsto f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ telle que :

$f(0) = 2$; $f(-2) = -2$; $f'(0) = f'(-2) = 0$.

a-/ Déterminer l'ensemble de définition de f ;

b-/ Calculer $f'(x)$

c-/ Vérifier que : $a = b = c = 1$.

d-/ Prouver que la droite d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe ($\mathcal{C}$) de f.

<u>Problème</u> :………………(10 points)

1-/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $-x^2 + 1 \geq 0$. En déduire les solutions de l'équation : $-(\ln x)^2 + 1 = 0$ et de l'inéquation : $-(\ln x)^2 + 1 \geq 0$.

2-/ Soit la fonction f définie sur $]0\ ;\ e^2]$ par $f(x) = -\frac{1}{3}(\ln x)^3 + \ln x$.

a-/ Calculer $f(e)$ et $f(e^2)$. Résoudre dans $\mathbb{R}$ $f(x) = 0$.

b-/ Calculer la limite de f en 0 (on pourra factoriser f(x)).

c-/ Calculer $f'(x)$, étudier les variations de f sur l'intervalle$]0\ ;\ e^2]$ (utiliser les résultats de la 1ère question).

d-/ Ecrire l'équation de la tangente à la courbe $(\mathcal{C})$ de f en chacun des points d'abscisse 1 et e^2.

e-/ Tracer la courbe de f ainsi que les deux tangentes dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$.