

SERIES: SHT-TSS

Exercice 1 : [5points]

1°/ On considère les fonctions numériques définies par :

$$f(x) = \ln(2x-1) - \ln(x-3) ; g(x) = (x+2)(4x-3)^5 ; h(x) = (-x+2)e^{-2x}.$$

Calculer la dérivée première de chacune d'elles. (3pts)

2°/ Résoudre dans \mathbb{R} l'équation d'inconnue x : $2x^2 + 3x - 5 = 0$. (0,5pt)

En déduire la résolution dans \mathbb{R} des équations :

- $2(\ln x)^2 + 3(\ln x) - 5 = 0$. (0,75pt)
- $-5e^{-2x} + 3e^{-x} + 2 = 0$. (0,75pt)

Exercice 2 : [5points]

1°/ Calculer les réels suivants :

$$I = A_5^3 + A_3^2 - A_7^3. \quad (1pt) \quad ; \quad J = 3! \times C_5^2 \times A_{11}^3. \quad (1pt)$$

2°/ Résoudre dans \mathbb{N} l'équation: $2C_n^3 + C_n^2 = A_n^3$. (1pt)

3°/ Trois élèves garent leurs bicyclettes à l'entrée du lycée. En sortant des cours, comme il fait nuit, chacun des élèves se dirige au hasard vers l'une des bicyclettes, deux ne se dirigent pas vers la même bicyclette.

Quelle est la probabilité pour que :

- chaque élève trouve ainsi sa propre bicyclette ? (1pt)
- un seul des trois trouve sa bicyclette ? (1pt)

Problème [10points]

Soit la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 6}{2x - 4}$.

1°/ Déterminer le domaine de définition de f . (1,5pt)

2°/ Montrer qu'il existe 3 réels a, b, c tels que pour tout $x \neq 2$ on ait :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{2x - 4}. \quad (1,5pt)$$

3°/ Etudier les variations de f (calcul de $f'(x)$, limites de f aux bornes de son domaine de définition). (3pt)

4°/ Dresser le tableau des variations de f . (1pts)

5°/ Construire sa courbe dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

(On précisera ses asymptotes). (3pts)