

SERIES:

SHT-TSS

Exercice 1 : [5points]

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 9x^2 - 8x + 15$.

1°) a) Calculer $P(1)$.

Comparer $P(x)$ à $(2x^2 + x - 3)(x - 5)$.

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$.

2°) Utiliser la première question pour résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $2(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 - 8(\ln x) + 15 = 0$ (\ln désigne le logarithme népérien) (1,5pt)

b) $2e^{3x} - 9e^{2x} - 8e^x + 15 = 0$ (1,5pt)

Exercice 2 : [5points]

Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{3x^3 - 6x^2 + 3x - 2}{(x-1)^2}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f (1pt).

2°) Montrer que pour tout x élément de D_f , $f(x)$ peut s'écrire sous la forme

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$$

Où a , b et c sont des réels que l'on déterminera. (2pts)

3°) Écrire l'équation de la tangente de la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 0$ (2pts).

Problème [10points]

Un promoteur de spectacles organise un festival de musiques Africaines.

1°) Les frais engagés se constituent d'une somme fixe de 450 000F CFA pour la location de la salle, à laquelle s'ajoute 15 000F CFA par jour de publicité. Soit x le nombre de jours de publicité. On suppose que x est compris entre 0 et 30.

a) Vérifier que l'expression des frais engagés en fonction de x est

$$F(x) = 15x + 450 \text{ (en milliers de francs CFA) (1pt).}$$

b) Construire la droite (D) représentant les variations de la fonction F dans le plan muni d'un repère orthogonal tel que : 2cm représentent 10 jours en abscisse et 1 cm représente 100 000F CFA en ordonnée. (2pts).

2°) La recette prévue en milliers de francs est donnée par

$$R(x) = -\frac{1}{5}x^3 + 6x^2 + 200$$

a) Étudier les variations de R et dresser son tableau de variation (1pt)

b) Compléter le tableau suivant (2pts).

x	0	5	10	15	20	25	30
R(x)							

c) Utiliser le tableau pour construire la courbe (C) de R sur le même dessin que la droite (D). (1pt)

d) Combien de jours de publicité le promoteur doit-il faire pour avoir une recette maximale ? (1pt)

3°) On désigne le bénéfice en fonction de x par

$$B(x) = -\frac{1}{5}(x+5)(x-10)(x-25) \text{ avec } x \in [0 ; 30].$$

Combien de jours de publicité faut-il pour que le promoteur réalise un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice ? (2pts).