

SÉRIE : STG

Exercice 1 [5 points]

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

1°/ Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $Z^2 - 6Z + 18 = 0$. Place dans le plan complexe les points B et C dont les affixes sont les solutions de cet équation, B étant le point dont l'affixe a une partie imaginaire négative. (1,5pt)

2°/ Montre que C est l'image de B par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ (1,5pt)

3°/ Soit A le point d'affixe $Z_A = 3(1 - \sqrt{3})$, calcule un argument du nombre complexe $Z = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$. En déduis la nature du triangle ABC , puis construis le point A . (2pts)

Exercice 2 [5 points]

1°/ Soient f et g les fonctions numériques définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2} \text{ et } g(x) = \frac{x^3}{1+x^2} :$$

a-/ Calcule $\mathbf{I}_1 = \int_0^1 f(x) dx$ (1pt)

b-/ Soit $\mathbf{I}_2 = \int_0^1 g(x) dx$. Calcule $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$ et en déduis la valeur de \mathbf{I}_2 . (1,5pt)

2°/ a-/ Détermine trois réels a , b et c tels que pour tout x différent de $\frac{1}{2}$,

$$\frac{x^2 - 1}{2x - 1} = ax + b + \frac{c}{2x - 1}. \quad (1\text{pt})$$

b-/ Calcule $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 1}{2x - 1} dx$ (1,5pt)

Exercice 3 [10 points]

Soit la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par

$f(x) = x + 1 + 2[\ln x - \ln(x - 1)]$. On note (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1°/ Montre que pour tout $x \in]1; +\infty[$, $f(x) = x + 1 + 2\ln \frac{x}{x-1}$. (1,5pt)

2°/ Détermine les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. (1,5pt)

3°/ Etudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variation. (2,5pts)

4°/ Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe (\mathcal{C}) . Précise la position de (\mathcal{C}) par rapport à (Δ) . (2pts)

5°/ Trace avec soin (\mathcal{C}) et (Δ) . (2,5pts)