Exercice 1 .... [*6 points*]

1°/ Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

a) Calcule P(-1)

b) Détermine les réels a et b tels que pour tout complexe z, on ait $P(z) = (z + 1)(z^2 + az + b)$.

c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$

2°/ Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. (unité 2cm).
On désigne par A, B, C et G les points du plan d'affixes respectives :

$z_A = -1$, $z_B = 2 + i\sqrt{3}$, $z_C = 2 + i\sqrt{3}$ $z_G = 3$.

a) Réalise une figure et place les points A, B, C et G.

b) Calcule les distances AB, AC et BC puis en déduis la nature du triangle ABC.

c) Calcule un argument du nombre complexe $\dfrac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$.En déduis la nature du triangle GAC.

Exercice 2 .... [*4 points*]

Mamadou a dans sa poche 6 pièces de monnaie : 2 pièces de 100F, 3 pièces de 50F et une pièce de 25F. pour régler un achat de 225F, il tire au hasard et simultanément 3 pièces de sa poche.

1°/ a) Quelle est la probabilité qu'il obtienne exactement 225F ?

b) Quelle est la probabilité qu'il obtienne une somme suffisante ?

2°/ On désigne par X la variable aléatoire, associant à chaque tirage la somme obtenue en francs.

a)Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) Détermine la loi de probabilité de X et son espérance mathématique.

Problème .... [*10 points*]

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ unité 2 cm, on note E le point de coordonnées (ln2, ln2).

1°/ Soient *a* et *b* deux nombres réels, on désigne par *g* la fonction définie sur IR par :

$$g(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x + 2}$$

a) Calcule la dérivée de *g*.

b) Détermine a et b pour que la courbe représentative de g passe par le point E et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2°/ On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x + 2 - \dfrac{4e^x}{e^x + 2}$.

a) Montre que pour tout réel x, on a $f(x) = x - 2 + \dfrac{8}{e^x + 2}$.

b) Montre que les droites (D_1) d'équation $y = x - 2$ et (D_2) d'équation $y = x + 2$ sont asymptotes à la courbe (C_f) de f

c) Précise la position de la courbe de f par rapport à chacune de ces droites.

d) Dresse le tableau de variation de f.

e) Construis la courbe (C_f) de f dans le repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$.

3°/ a) Détermine une primitive de la fonction h définie pour tout nombre réel x par

$h(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 2}$

b) En déduire la primitive de f qui s'annule pour $x = \ln 2$.