

SÉRIES : TLL – TAL

Le sujet est composé de trois exercices tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2 (Vérifiez que les pages sont au complet). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (4 points)

On considère les fonctions numériques f et g définies par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x-1}{x+1}.$$

1-/ Déterminez l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions. (1pt)

2-/ Calculez la fonction dérivée de chacune d'elles. (1pt)

3-/ a-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de f au point A d'abscisse $x_0 = 1$ (1pt)

b-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de g au point B d'abscisse $x_1 = 0$ (1pt)

Exercice 2 (6 points)

Un jardinier veut creuser un puits dans son jardin. Il s'adresse à deux groupes d'ouvriers qui lui proposent le marché suivant :

Groupe A : Le 1^{er} mètre est creusé à 5 000 F, pour chaque mètre supplémentaire le coût de creusement augmente de 600 F. (Exemple : le coût du 2^{ème} mètre est 5 600 F)

Groupe B : Le 1^{er} mètre est creusé à 5 000 F, pour chaque mètre supplémentaire le coût de creusement augmente de 10% par rapport au coût du mètre précédent. (Exemple : le coût du 2^{ème} mètre est $5\,000\text{ F} + 5\,000\text{ F} \times 10\% = 5\,500\text{ F}$)

1-/ Calculez le coût de creusement des 3^{ème}, 4^{ème} et 5^{ème} mètres par chacun des groupes. (Les résultats seront arrondis au franc près) (2pts)

2-/ Si le jardinier a un puits de 3 m de profondeur, quel groupe choisira-t-il pour faire le travail ? Justifiez votre réponse. (1pt)

3-/ À partir de quelle profondeur le coût de creusement du mètre par le groupe A sera moins cher que pour le groupe B ? (1pt)

4-/ Quel est le coût total de creusement d'un puits de 5 m par chacun des groupes ? (2pts)

TSVP 

Exercice 3 (10 points)

A//

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = x^2 - 6x + 9$, (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé. (\mathcal{D}) la droite d'équation $y = x + 3$.

1-/ Reproduire et compléter le tableau ci-dessous : (2pts)

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$							
y							

2-/ De la lecture du tableau on déduit l'existence de deux points A et B d'abscisses respectives x_A et x_B avec $x_A < x_B$. Déterminer les coordonnées de A et B. (1pt)

3-/ Calculer la dérivée $f'(x)$ puis dressez le tableau de variation de f . (1,5pt)

4-/ Tracer dans le même repère la courbe (\mathcal{C}) de f et la droite (\mathcal{D}). (1,5pt)

B//

Un artisan produit des articles, le coût de production de x articles est donné en milliers de francs CFA par $g(x) = x + 3$:

Exemple : Le coût de production d'un article est $g(1) = 4$ (en milliers de francs) soit 4 000 FCFA

La recette (produit de la vente) est représentée par $f(x) = x^2 - 6x + 9$ avec $x \in [1 ; 15]$.

Exemple : La vente d'un article rapporte $f(1) = 4$ (en milliers de francs) soit 4 000 FCFA

On admet que tout ce qui est produit est vendu.

Le gain (perte ou bénéfice) de l'artisan est calculé à l'aide de : $f(x) - g(x)$.

a-/ Déterminer le coût de production de : 2, 5, et 9 articles ainsi que la recette de leur vente. (1,5pt)

b-/ Par lecture graphique (voir partie A//), donner l'intervalle sur lequel l'artisan produit avec perte. (0,5pt)

c-/ À partir de la production de combien d'articles l'artisan réalise-t-il un bénéfice ? (1pt)

d-/ Quel est le bénéfice sur la production de 10 articles ? (1pt)